

# 2014 年成人高考专升本高等数学一考试真题及答案解析

一、选择题(1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1、  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{2x} =$  【   】

- A、  $e^{1/2}$
- B、  $e^{-1}$
- C、  $e$
- D、  $e^2$

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了特殊极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$

的合识点.

【应试指导】  $(1 + \frac{1}{x})^{2x} = [(1 + \frac{1}{x})^x]^2 \rightarrow e^2$ .

2、 设  $y=e^{-5x}$ , 则  $dy=$

- A、  $-5e^{-5x}dx$
- B、  $-e^{-5x}dx$
- C、  $e^{-5x}dx$
- D、  $5e^{-5x}dx$

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了一元函数的微分的知识点.

【应试指导】  $y=e^{-5x}$ ,  $dy = -5e^{-5x}dx$ .

3、 设函数  $f(x) = \int_0^x \sin t dt$ ,  $f'(x) =$

- A、  $1/2$
- B、  $1$
- C、  $\pi/2$
- D、  $2\pi$

答案：B

解析：【考情点拨】本题考查了导数的基本公式的知识点.

【应试指导】因为  $f'(x) = \sin x + x \cos x$ , 所以  $f'(0) = \sin 0 + 0 \cdot \cos 0 = 0$ .

4、 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  连续，在  $(a, b)$  可导， $f'(x) > 0$ ， $f(a) < f(b)$ , 则  $y=f(x)$  在  $(a, b)$

- A、 不存在零点

5. 存在唯一零点 C.

存在极大值点 D.

存在极小值点

答案：B

解析：【考情点拨】本题考查了零点定理的知识点

【应试指导】由题意知  $f(x)$  在  $(a, b)$  上单调递增， $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，则  $y=f(x)$  在  $(a, b)$  内存在唯一零点.

∴  $J_1 r^2 e^{r^2} = cLr$

A.  $\frac{1}{3} e^{r^2} + C$

B.  $3r^2 + C$

D.  $\frac{1}{3} e^{r^2} \cdot 3r^2 + C$

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了第一类换元积、分法的知识点

【皮试指导】 $\int (3r^2 + \sin^2 r) dr = \int 3r^2 dr + \int \sin^2 r dr$

6.  $\int_{-1}^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx =$

A.  $-\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{2}{3}$

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了定积分的奇偶性的知识点

【应试指导】 $\int_{-1}^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx = 3 \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_{-1}^1 \sin^2 x dx$

$\int_{-1}^1 \sin^2 x dx$ . 因为  $f(x) = \sin^2 x$  为偶函数，所以

$\int_{-1}^1 \sin^2 x dx = 2 \int_0^1 \sin^2 x dx$ . 因  $\int_0^1 \sin^2 x dx = \int_0^1 \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} [x - \frac{1}{2} \sin 2x]_0^1 = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{2} \sin 2)$

为奇

函数，所以  $\int_{-1}^1 \sin^2 x dx = 0$ . 故  $\int_{-1}^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx = 3 \int_{-1}^1 x^2 dx = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$ .

7.  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx =$

A.  $-\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{2}$

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了无穷区间的反常积分的知识点.

化教教育

【应试指寻】

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (-c_1 x) = -c_1 \lim_{x \rightarrow 0} x = -c_1 \cdot 0 = 0$$

8、设二元函数  $z = x^2 + y \sin y$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A、  $2xy + \sin y$
- B、  $x^2 + x \cos y$
- C、  $2xy + x \sin y$
- D、  $x^2 y + \sin y$

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了二元函数的偏导数的知识点

【应试指寻】《为\*  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y \sin y$ ，所以  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + \sin y$ 。

9、设二元函数  $z = x^2 + y^2$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$

- A、 1
- B、 2
- C、  $x^2 + y^2$
- D、  $\sqrt{x^2 + y^2}$

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了二元函数的偏导数的应用的知识。

【应试指导】因为  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x$ ，所以  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 2x + 2y = 2(x+y)$ 。

$$y/PT7 \wedge VPT7^{31 dy}$$

10、设球面方程为  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ ，则该球的球心坐标与半径分别为()

- A、  $(-1, 2, -3); 2$
- B、  $(-1, 2, -3); 4$
- C、  $(1, -2, 3); 2$
- D、  $(1, -2, 3); 4$

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了球的球心坐标与半径的知识点

【应试指导】由  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ ，

所以该球的球心坐标与半径分别为  $(1, -2, 3), 2$ 。

## 二、填空题(11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分)

11、设  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$ ，则  $\int_{-1}^1 x^3 dx =$  \_\_\_\_\_。

【答案】  $2/3$

【考情点拨】 本题考查了特殊权 = 1 的

知识点.

【应试指导】  $\int_{-\infty}^0 x e^{-x} dx = A-3.$

$\int_{-\infty}^0 x e^{-x} dx = y$

12. 曲线  $y = \frac{1}{1+x^2}$  的铅直渐近线方程为 \_\_\_\_\_

【答案】  $x = 0$

【考情点拨】 本题考查了曲线的铅直渐近线的知识点.

【应试指释】 \*1 一一+时, “1^^ = 00, 则

13. 设  $y = \frac{1}{1+x^2}$  的直渐近线.

13. 设: y

【答案】 【考情点拨】 本题考查了一元函数的一阶导数的知识点.

【应试指导】 因为:  $y = \frac{1}{1+x^2}$  所以:  $y' =$

$\frac{1+x-x}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{(1+x^2)^2}$

$(2x+cu) \neq 0,$

设函数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  在  $x=0$  处连续. 则  $a =$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a$

【答案】 3

【考情点拨】 本题考查了函数在一点处连续的知识点.

【应试指导】 因为  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  在  $x=0$  处连续.

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+0} = 1.$

15. 曲线  $y = x + \cos x$  在点  $(0, 1)$  处的切线的斜率  $k =$  \_\_\_\_\_ [胃朗 1]

【考情点拨】 本题考查了导数的几何意义的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x + \cos x$  所以  $y' = 1 - \sin x$

在  $x=0$  处,  $y'(0) = 1 - \sin 0 = 1$ , 即所求的斜率  $k = 1$ .

$\int \sin x \cos x dx =$

16.  $\int \sin x \cos x dx =$

本题考查了第一类换元积分法的知识点

【答案】  $\frac{1}{2} \sin^2 x + C$

【考情点拨】  $\int \sin x \cos x dx = \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C$

【应试指导】

17. 设函数  $f(x) = \int_0^x e^{-t} dt$ , 则  $f'(0) =$  \_\_\_\_\_

设函数  $f(x) = \int_0^x e^{-t} dt$ , 则  $f'(0) = 1 - 0 = 1$

[胃朗 1]

【考情点拨】 本题考查了变上限的定积分的知识点.

【应试指导】 因为  $f(x) = \int_0^x e^{-t} dt$  所以  $f'(x) = e^{-x}$

$f'(0) = e^{-0} = 1$ .

18. 设二元函数  $z = x^2 + 2xy$ , 则  $dz =$  \_\_\_\_\_

【答案】  $2(x+y)dx + 2ydy$

【考情点拨】本题考查了二元函数的全微分的知识点.

【应试指导】  $z = f(x, y)$  所以  $dz = z'_x dx + z'_y dy$

$$dz = z'_x dx + z'_y dy$$

19、过原点(0, 0, 0)且垂直于向量(1, 1, 1)的平面方程为.

【答案】  $x + y + z = 0$

【考情点拨】本题考查了平面方程的知识点.

【应试指导】由题意知,平面的法向量为(1, 1, 1),则平面方程可设为  $x + y + z + D = 0$ ,因该平面过(0, 0, 0)点,所以  $D = 0$ ,即  $x + y + z = 0$ .

20、微分方程  $y' - 2xy = 0$  的通解  $y =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $Ce^{2x}$

【考情点拨】本题考查了一阶微分方程的通解的知识点.

【应试指导】  $y' - 2xy = 0$  即  $\frac{dy}{y} = 2x dx$ ,

两边积分得  $\ln y = x^2 + C$ , 即  $y = Ce^{x^2}$ .

### 三、解答题(21~28题, 共70分. 解答应写出推理、演算步骤)

江计算

22、设  $Y = y(x)$  满足  $2y + \sin(x+y) = 0$ , 求

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{y'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

将  $2y + \sin(x+y) = 0$  两边对  $x$  求导, 得  $2y' + \cos(x+y) \cdot (1+y') = 0$ ,  $\cos(x+y) = -\frac{2y'}{1+y'}$

23、求函数  $f(x) = x^3 - 3x$  的极大值.

$f(x)$  为  $(x^3 - 3x) - 3$ .

令  $f'(x) = 0$  得驻点  $x = -1, x = 1$ . 又  $f''(x) = 6x$ .

$f''(-1) = -6 < 0$ ,  $f''(1) = 6 > 0$ .

所以  $x = -1$  为  $f(x)$  的极大值点.

$f(x)$  的极大值为  $f(-1) = 2$ .

24、计算  $\int \frac{1}{x^2+1} dx$

$$\int \frac{1}{x^2+1} dx = \arctan x + C$$

25、设由  $f(x) = \frac{1}{2} + \cos(x-1)$ , 求  $f'(1)$ .

$f(x)$  为  $f(x) = \frac{1}{2} + \cos(x-1)$ .

所以  $f'(1) = 1$ .

计算  $\int_D (x+y) dx dy$ , 其中  $D$  是由直线  $x=0, y=0, x+y=1$  围成的平面有界区域.

26、 $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_{-1}^1 1 dx = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$

$$\blacksquare J(1+4r)(1-x)4r$$

$$= \frac{2}{3}$$

判定级数的收敛性.

27、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

• 因为  $\blacksquare h^{\wedge} > 0$ ,

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^{n+1} + 2^{n+1}}{5^{n+1} + 1} \sim \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1 > 1$$

所以级数收敛.

28、求微分方程  $y'' + 3y' + 2y = e^x$  的通解.

$y'' + 3y' + 2y = 0$  对应的齐次方程为

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

特征方程为  $r^2 + 3r + 2 = 0$ ,

特征根为  $r_1 = -2, r_2 = -1$ .

所以齐次方程的通解为

$$Y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$$

设  $Y = Ae^x$  为原方程的一个特解.

代入原方程可得

$$A = \frac{1}{6}$$

所以原方程的通解为

$$y = Y + Y_p = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{6} e^x$$

文化素质教育